DETERMINAZIONE DELL'EQUAZIONE DELLA PARABOLA PASSANTE PER TRE PUNTI E DIMOSTRAZIONE DELLA SUA UNICITÀ

<u>Ipotesi</u>:

Noti 3 punti di un piano cartesiano si vuole determinare l'equazione della parabola passante per essi, e si vuole altresì dimostrare che per tre punti passa una e una sola parabola.

<u>Tesi</u>:

Consideriamo per semplicità di calcolo una parabola di equazione nota del tipo $y=ax^2+bx+c$, e scegliamo tre punti che le appartengono:

ad es.: $y=x^2-x-6$ => $a=1$; $b=-1$; $c=-6$

x	$y=x^2-x-6$		$y=ax^2+bx+c$
1	-6	=>	$-6=1a+1b+c$
2	-4	=>	$-4=2a+2b+c$
3	0	=>	$0=3a+3b+c$

Come si può notare a destra, sostituendo i valori della y determinati dall'equazione $y=x^2-x-6$ e i valori della x, si ottiene un sistema di primo grado a tre incognite: a, b e c, che sono i tre coefficienti dell'equazione della parabola che andiamo a cercare. Essendo un sistema di primo grado, la soluzione è unica, in tal maniera dimostriamo che per tre punti passa una e una sola parabola.
Se andiamo infatti a risolvere il sistema otteniamo:

$$\begin{cases} a+b+c=-6 \\ 4a+2b+c=-4 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-a-b-6 \\ 4a+2b-a-b-6=-4 \\ 9a+3b-a-b-6=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-a-b-6 \\ 3a+b=2 \\ 8a+2b=6 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-a-b-6 \\ b=2-3a \\ 8a+4-6a=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a=2 \\ b=2-3 \\ c=-a-b-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \Rightarrow \quad y=x^2-x-6$$

Quod erat demostrandum

3/10/1 - p.i. Davide Cosciani