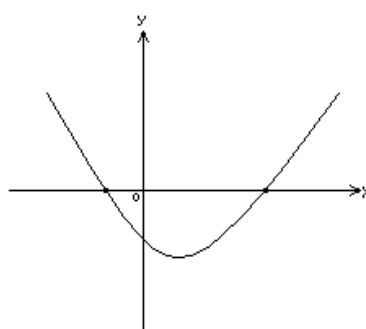


Determinazione della formula risolutiva delle equazioni di secondo grado

p.i. Davide Cosciani

Premessa: Risolvere ossia trovare le radici di un'equazione di 2° significa ricercare la o le ascisse delle eventuali intersezioni tra la parabola associata all'equazione in questione e l'asse X. Per fare ciò si pongono a sistema le equazioni delle due curve:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c & \text{per la parabola} \\ y = 0 & \text{per l'asse x} \end{cases}$$


Poi per sostituzione della y si ricava

$$ax^2 + bx + c = 0$$

che è l'equazione in questione.

Risolvere un'equazione significa trovare i valori numerici che sostituiti all'incognita rendono vera l'eguaglianza. Nel nostro caso significa trovare i valori che sostituiti alla x rendono $ax^2 + bx + c$ uguale a zero. Dato che l'equazione è di secondo grado i valori possibili sono due, e possono essere sia numeri reali, sia numeri complessi.

Svolgimento:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad / 1/a \quad \text{isoliamo } x^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Trascuriamo per un attimo c/a . Adesso la nostra equazione assomiglia al quadrato di un binomio del tipo

$$(x+n)^2 = x^2 + 2nx + n^2$$

Per rendere l'equazione uguale al quadrato di un binomio (per poi risolvere l'equazione radicalizzando il quadrato e trovando le x) dobbiamo considerare $b/a(x)$ come il doppio prodotto $2nx$, pertanto se

$$\frac{b}{a} = 2n \Rightarrow n = \frac{b}{2a} \quad e \quad n^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

Quindi dato che

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$$

abbiamo un $b^2/(4a^2)$ che ci avanza, e quindi va tolto. Bisogna poi sommare c/a che avevamo tralasciato. Possiamo allora scrivere

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

Dato che a , b e c sono termini noti, radicalizzando troviamo la x :

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

quindi, isolando la x

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

si giunge alla formula risolutiva cercata.-

q.e.d.